

Câu I (2.5 điểm). Xét hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 10x + 0.4y - 0.8t = 0.4 \\ 1.2y - 20z + 1.1t = 0.8 \\ 1.1x + 0.9z + 25t = 0.9 \\ 0.4x - 8y - 0.6z = 0.6 \end{cases} \text{ với } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

- Bằng cách chia cho trụ lớn nhất, người ta đưa hệ trên về dạng $X = TX + C$, trong đó T là ma trận vuông cấp 4 và C là ma trận cột. Khi đó ta có $\|T\|_{\infty} = \mathbf{(1)}$
- Áp dụng phương pháp lặp đơn, với $X^{(0)} = C$, ta được nghiệm gần đúng $X^{(1)} = \mathbf{(2)}$ và nghiệm gần đúng $X^{(2)} = \mathbf{(3)}$
- Áp dụng phương pháp lặp Seidel, với $X^{(0)} = C$, ta được nghiệm gần đúng $X^{(1)} = \mathbf{(4)}$ và sai số đạt được là $\Delta_{X^{(1)}} \leq \mathbf{(5)}$

Câu II (2.5 điểm). Biết rằng chiều cao h (tính bằng centimet) của một loại cây thay đổi theo thời gian t (tính bằng năm) với tốc độ

$$\frac{dh(t)}{dt} = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2+t^2}}$$

- Áp dụng phương pháp Euler với bước lưới $h = 0.5$ năm, ta có chiều cao của nó sau 1 năm là $\mathbf{(6)}$, và sau 2 năm là $\mathbf{(7)}$
- Áp dụng phương pháp Runge-Kutta bậc 2 với bước lưới $h = 0.5$ năm, ta có chiều cao của nó sau 1 năm là $\mathbf{(8)}$, và sau 2 năm là $\mathbf{(9)}$.
- Sử dụng nội suy bậc 2 để ước lượng chiều cao của cây sau 1.8 năm với dữ liệu thu được ở câu b ta được $h(1.8) \approx \mathbf{(10)}$

Câu III (3.0 điểm). Một cơ sở may áo khoác tiến hành thống kê số lượng áo khoác $Q(t)$ (đơn vị: cái) may được trong ngày thứ t như sau

t	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$Q(t)$	65	76	58	25	32	40	45	55	58	62	50

- Áp dụng phương pháp bình phương nhỏ nhất, xây dựng hàm $Q(t) = a \sin t + b$ ta được kết quả $a = \mathbf{(11)}$ và $b = \mathbf{(12)}$
- Sử dụng kết quả của câu a, ta có sản lượng vào ngày thứ 10 là $\mathbf{(13)}$
- Biết rằng sản lượng trung bình được tính bằng công thức $\bar{Q} = \frac{1}{20} \int_1^{21} Q(t) dt$. Ước tính sản lượng trung bình của cơ sở trên bằng công thức hình thang và công thức Simpson ta được kết quả lần lượt là $\bar{Q}_{ht} \approx \mathbf{(14)}$ và $\bar{Q}_{ss} \approx \mathbf{(15)}$
- Sai số của kết quả \bar{Q}_{ht} là $\mathbf{(16)}$

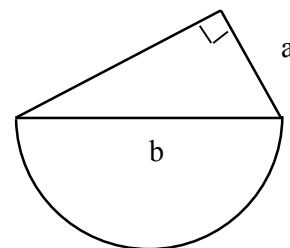
Câu IV (2.0 điểm). Người ta tiến hành đo độ dài các đoạn a , b (đơn vị mét) trong hình vẽ và được kết quả $a = 6.85 \pm 0.02$; $b = 12.25 \pm 0.04$. Giả sử chọn $\pi = 3.14$ và bỏ qua sai số của số π .

a) Gọi S là diện tích miền được gạch chéo như hình vẽ.

Khi đó ta có $S =$ **(17)**

b) Sai số tuyệt đối và sai số tương đối của diện tích S lần lượt là $\Delta S \leq$ **(18)** và $\delta S \leq$ **(19)**

c) Quy tròn diện tích S với 2 chữ số không chắc ta được $S =$ **(20)**



Ghi chú:

1. Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.
2. Trong các tính toán lấy kết quả với 4 chữ số thập phân.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G1.3] Có khả năng áp dụng phương pháp lặp vào giải gần đúng và đánh giá sai số một số hệ phương trình tuyến tính cụ thể	Câu I
[G1.7] Có khả năng vận dụng các phương pháp Euler, Euler cải tiến, Runge-Kutta bậc 1, 2, 4 vào giải các phương trình vi phân thường với điều kiện điểm đầu. [G1.4] Hiểu được ý nghĩa và phương pháp sử dụng đa thức nội suy trong xấp xỉ hàm số cụ thể	Câu II
[G1.6] Hiểu bất ý nghĩa phương pháp bình phương bé nhất và vận dụng tìm một số đường cong cụ thể từ phương pháp này [G1.5]: Có khả năng áp dụng công thức hình thang và công thức Simpson vào tính gần đúng và đánh giá sai số các tích phân xác định cụ thể.	Câu III
[G1.1]: Định nghĩa và áp dụng các khái niệm sai số tương đối, tuyệt đối, chữ số chắc, sai số do phép toán vào các bài toán cụ thể.	Câu IV

Ngày 6 tháng 1 năm 2017
Thông qua bộ môn
(ký và ghi rõ họ tên)

Nguyễn Văn Toàn